



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

pro

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Číslo projektu	CZ .1 .07 / 1.1 .36/02.0066
Autor	Jaroslava Švecová
Předmět	Základy elektrotechniky
Téma	Trojfázová soustava 2
Metodický pokyn	výkladový text s ukázkami

Popis střídavého napětí Trojfázová soustava

Matematický popis střídavého sinusového napětí je dán rovnicí:

$$u = U_m \sin(\omega t + \phi).$$

U_m je amplituda napětí ve Voltech,

ω je úhlová frekvence v rad/s,

ϕ je fázový posun v rad.

Vstupní údaje jsou U_m, ω, ϕ : U_m [V], ω [rad/s], ϕ [rad].

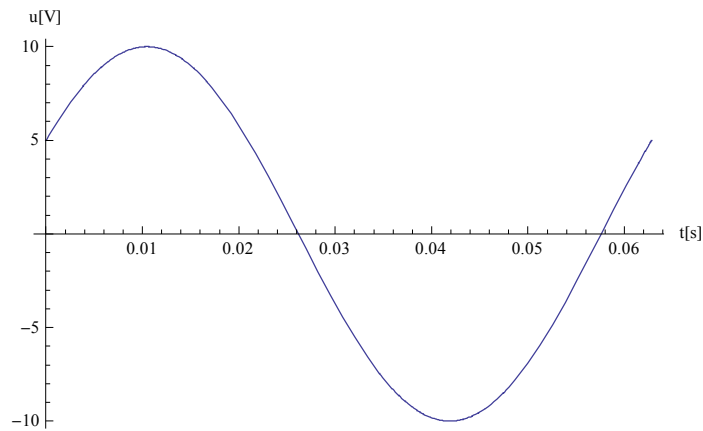
Výstupem je grafické znázornění průběhu napětí.

Příklad průběhu napětí s fázovým posunem:

```

Um = 10; ω = 100; φ = π / 6;
u[t_] = Um * Sin[ω * t + φ];
Plot[u[t], {t, 0, 2 * π / ω}, AxesLabel → {"t[s]", "u[V]"}]

```



Průběh střídavého napětí lze také vyjádřit v závislosti na časovém úhlu α .

Platí $\alpha = \omega t$.

Matematický zápis napětí je:

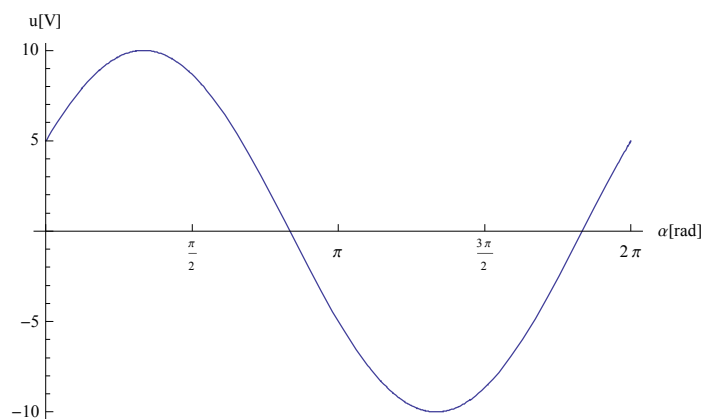
$$u = U_m \sin(\alpha + \phi).$$

Vstupní údaje: U_m [V], α [rad], ϕ [rad]

```

Um = 10; φ = π / 6;
u[α_] = Um * Sin[α + φ];
Plot[u[α], {α, 0, 2 * π},
  Ticks → {{0, π / 2, π, 3 π / 2, 2 π}}, AxesLabel → {"α[rad]", "u[V]"}]

```



Trojfázová soustava

Vznikne spojením 3 cívek (fází) geometricky posunutých o úhel $\frac{360^\circ}{3}$ ($\frac{2\pi}{3}$ rad). V každé cívkce se indukuje napětí o stejné amplitudě a frekvenci, ale fázově posunuté o úhel $\frac{360^\circ}{3}$ ($\frac{2\pi}{3}$ rad).

Matematický popis jednotlivých fází je:

$$u_U = U_m \sin \omega t$$

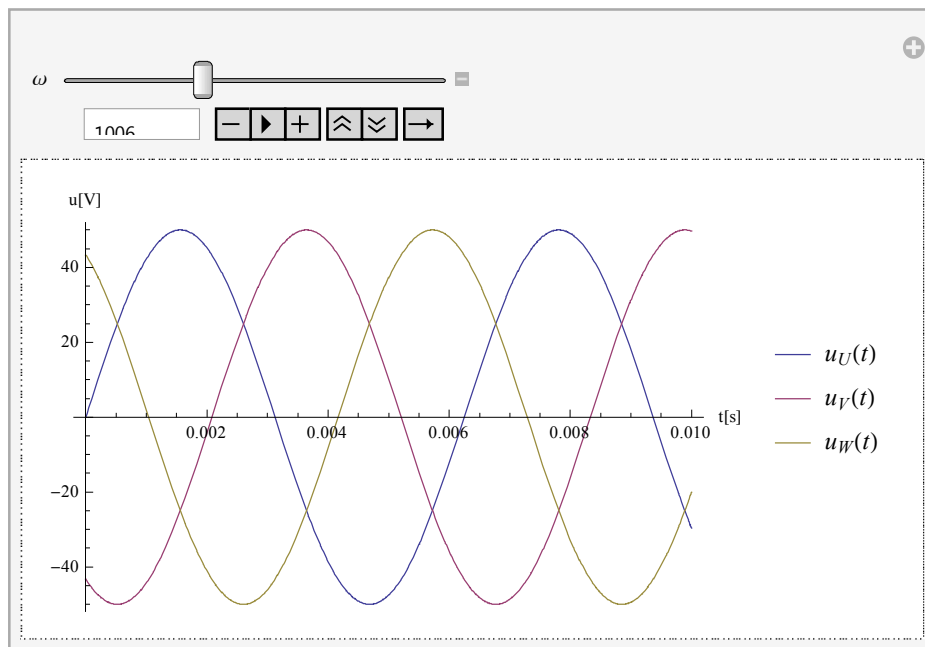
$$u_V = U_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$u_W = U_m \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right)$$

Použijeme dynamickou proměnnou: měníme frekvenci ω .

Amlituda napětí zůstává konstantní.

```
Manipulate[Um = 50;
  uU[t_] = Um * Sin[ω * t + 0];
  uV[t_] = Um * Sin[ω * t -  $\frac{2 * \pi}{3}$ ];
  uW[t_] = Um * Sin[ω * t -  $\frac{4 * \pi}{3}$ ];
  Plot[{uU[t], uV[t], uW[t]}, {t, 0, 0.01},
    AxesLabel → {"t[s]", "u[V]"}, PlotLegends → "Expressions", {ω, 200, 2500}]
```

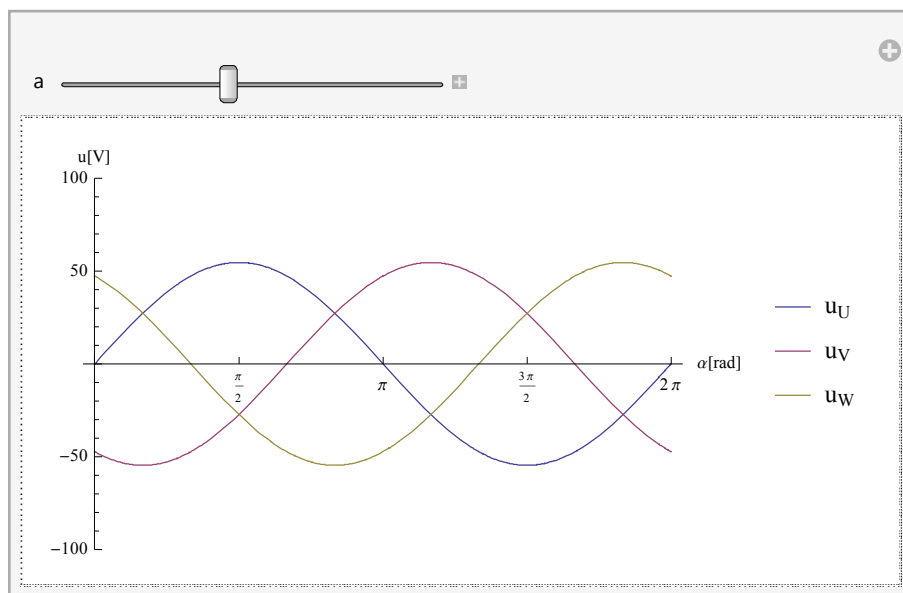


Nyní použijeme dynamickou proměnnou a pro změnu amplitudy.

```

Manipulate[ $U_m = 1;$ 
 $u_U[\alpha_] = U_m * \text{Sin}[\alpha + 0];$ 
 $u_V[\alpha_] = U_m * \text{Sin}[\alpha - \frac{2 * \pi}{3}];$ 
 $u_W[\alpha_] = U_m * \text{Sin}[\alpha + \frac{2 * \pi}{3}];$ 
Plot[{a *  $u_U[\alpha]$ , a *  $u_V[\alpha]$ , a *  $u_W[\alpha]$ }, { $\alpha$ , 0, 2 *  $\pi$ },
  Ticks  $\rightarrow$  {{0,  $\pi / 2$ ,  $\pi$ ,  $3 \pi / 2$ , 2  $\pi$ }}, AxesLabel  $\rightarrow$  {" $\alpha$ [rad]", "u[V]"},
  PlotRange  $\rightarrow$  {-100, 100}, PlotLegends  $\rightarrow$  {" $u_U$ ", " $u_V$ ", " $u_W$ "}, {a, 20, 100}]

```



Sbírka úloh

Příklady na procvičení

1. Pomocí příkazu `Plot` s využitím příkazu `Manipulate` zobrazte průběh trojfázového napětí pro dané parametry: $U_m=12V$, $\omega=1000\text{rad/s}$.
2. Z grafu v př. 1 určete napětí všech fází v čase $t=0,015\text{s}$.
3. Určete součet napětí všech fází z příkladu 2 a odůvodněte výsledek.
4. V příkazu `Manipulate` změňte rozsah amplitudy napětí 0-230V a ověřte pro hodnotu 200V.

Zdroje :

A.Blahovec Základy elektrotechniky v příkladech a úlohách